



### 3

## Von Gauß zum GUM

**UnSicher (#3)**

**Von Gauß zum GUM**

Wir werfen einen kurzen Blick auf die Wurzeln der „Gaußschen Fehlerrechnung“ bis zu den Verfahren des GUMs (JCGM100 u.a.).

Wir zeigen Alternativen und sonstige Verfahren.

Was kommt als nächstes?

*Bernd Pesch, Pesch-Consult.de*  
Keynotes - Seminare - Consultings - Messunsicherheit - ISO/IEC 17025

### Von Gauß zum GUM

In Seminaren frage ich regelmäßig jüngere Teilnehmer, ob sie im Studium in Praktika die Messunsicherheit ermitteln mussten. In vielen Fällen lautet die Antwort „Nein“ oder „Fehlerrechnung nach Gauß“. Dies bedeutet, dass nach dreißig Jahren das GUM nicht überall in Forschung und Lehre angekommen ist.

Willkommen in Innovationsland Deutschland!

Die ISO 17025 schreibt kein spezifisches Verfahren zur Ermittlung der Messunsicherheit vor. Es muss lediglich „angemessen“ sein.

Einige Ansätze:

#### Gaußsche Fehlerrechnung

Die heutige Ermittlung der Messunsicherheit basiert auf der Gaußschen Fehlerrechnung. Die Berechnung nutzt Voraussetzungen, die oft nicht geprüft oder ignoriert werden: Für Gauß war eine lineare Näherung (Taylor Approximation) ausreichend. Er ging davon aus, dass alle Einflüsse normalverteilt sind. Sein Ansatz ist aus heutiger Sicht nicht vollständig und nicht mehr angemessen.

#### Lineare Schätzung

Durch einfache Addition aller erkannten MU-Einflüsse kommt man zu einer ersten Abschätzung. Das Verfahren bietet eine Orientierung; ist aber nicht belastbar.

#### Quadratische Schätzung (Root Sum Square (RSS))

Die „geometrische“ Addition der Einflussgrößen folgt der Gaußschen Idee. Eine Modellgleichung und Verteilungen werden üblicherweise nicht berücksichtigt. Dieser Ansatz ist nicht vollständig.



### **Der Guide to the expression of uncertainties in measurement (GUM, JCGM100)**

Die Notwendigkeit, Messunsicherheiten miteinander vergleichen zu können – auch aus juristischen Gründen – führte zu einer Standardisierung der Berechnung. Unter dem Dach des BIPM wurde in den Jahren 1993 bis 1995 das GUM (JCGM100) entwickelt und veröffentlicht. Dieses Verfahren basiert auf Gauß, ist gängig und allgemein akzeptiert, sofern Voraussetzungen, wie Linearität des Modells, Stetigkeit, Differenzierbarkeit und ausreichende Freiheitsgrade erfüllt sind.

Mit der Schrift EA-4/02 M:2022 gibt es eine verkürzte, gute Zusammenfassung. Dies ist üblicherweise die Grundlage von Akkreditierungen.

### **Monte Carlo Simulation (MCS, JCGM101)**

Die MCS ist ein akzeptiertes Verfahren und wurde bereits vom JCGM beschrieben. Die Simulation kann auch auf unlineare Modelle angewendet werden.

### **Multivariable Probleme (JCGM102)**

Für den Fall, dass eine Messung ein mehrdimensionales Ergebnis, beispielsweise einen Vektor liefert, gibt es einen passenden Ansatz unter Nutzung von Matrizen.

### **Der Bayes-Ansatz und Markov-Formeln**

Weitere Verfahren basieren beispielsweise auf den Markov-Formeln oder der Statistik nach Bayes. Es gibt Bestrebungen, das GUM ist Richtung Bayes weiter zu entwickeln. Dies würde sicher zu einer stabileren Mathematik auf Kosten der einfachen Anwendung führen.

### **Qualität**

Allen Verfahren ist gemein, dass die Validität von der Qualität der Informationen abhängt.

### **Praxis**

Nicht die Mathematik, sondern die Eingangsinformationen ist für viele Labore das eigentliche Problem. In Seminaren widme ich daher die Hälfte der Zeit den Einflussgrößen und der Modellbildung.